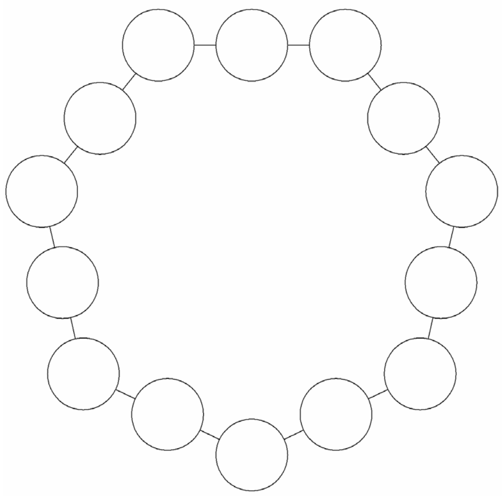
作品名稱：七邊形的數字謎題

壹、研究動機

剛開始，老師介紹我們閱讀 數字邏輯 101 這一本書，在裡頭介紹〝數字 26〞的篇章中，碰到一個有趣的問題——杜登尼的「七邊形之數字謎題」。

「七邊形之數字謎題」：

七邊形每邊邊上三個圓圈(如下圖)，在這些圓圈中填入 1~14 的數字(數字不得重複使用)，使得每邊的三個數字之和等於 26。



在接觸這個問題之後，我們開始產生了旺盛的好奇心和求知慾，希望藉由這個謎題來挑戰大家對數字變化的極限，看看我們是否能夠克服萬難，找出解答，研究成功，藉由科學展覽的機會將我們的研究成果，與大家分享，引發大家的共鳴，激發自我的求知慾、挑戰心，更進一步探索不同領域的謎題，找出它們的解答，分享結果，拓展數學學習領域，讓學習無止盡。

貳、研究目的

一、了解數學「數、量、形」之中，有關「數字」變化的奧妙之處。

二、找出「七邊形之數字謎題」的解答，並尋求其規律性。

三、利用該題型推廣至其它相關題型(如：三邊形、四邊形、…、n 邊形等)

其次，藉由研究討論的過程，培養出面對數學問題時，能具有邏輯規律，卻又能跳脫常理、深具創意的思考模式，並了解小組的團隊分工合作精神，珍惜一起做研究的時間，一起體驗再次發現數學奧妙時，那種特別而又歡樂的感覺。

參、研究設備及器材

紙、筆、數字字卡。

肆、研究過程或方法

一、認識「七邊形之數字謎題」的發明家——〝杜登尼〞

「七邊形之數字謎題」是由 Henry Ernest Dudeney (亨利・恩尼斯・杜登尼)所提出。

杜登尼於 1857 年 4 月 10 日出生，1930 年辭世，他是十九世紀英國知名文學家和數學家，特別擅長於邏輯謎題和數理遊戲。杜登尼小時候曾學習玩西洋棋，因為如此，它啓發了杜登尼在數理上的特別興趣和謎題構成。1890 年，他與美國著名謎題專家山姆・洛依德合作發表了一系列謎題文章，杜登尼的第一本書《坎特伯雷謎題集》出版於 1907 年，此後又陸續出版了五本。

二、嘗試找出「七邊形之數字謎題」的解

(一) 決定數字填入位置 (考慮數字算和時的重複性)

1. 填入數字為 1~14，求 $\boxed{\text{1~14 的數字總和}}$：
   => $1 + 2 + 3 + \cdots + 12 + 13 + 14 = 105$
2. 每邊邊上 3 個數字之和等於 26，七邊形有 7 個邊，求 $\boxed{\text{7 邊的總和}}$：
   => $26 \times 7 = 182$
3. 發現從「數字的總和」與從各邊之和計算得到的「7 邊的總和」，得到的值不一樣。因為從各邊之和計算 7 邊總和時，7 個頂點圓圈位置的數字均會被重複計算，因此算 7 邊總和時，所得到的值較大。換句話說，「數字的總和」與「7 邊的總和」的差額，即是重複計算的 $\boxed{\text{7 個頂點數字之和}}$：
   => $182 - 105 = 77$
4. 若再從「1~14 的數字總和」之中扣掉「7 個頂點數字之和」，所得差額即是 $\boxed{\text{7 個邊中圓圈的所有數字之和}}$
   => $105 - 77 = 28$

我們發現：

$\because$ $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$

$\therefore$ 7 個邊中圓圈的位置務必填入數字 1~7

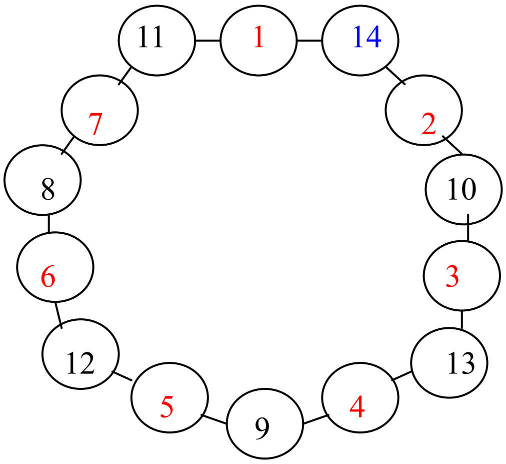
$\because$ $8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 77$

$\therefore$ 7 個頂點圓圈的位置務必填入數字 8~14

(二) 尋解方法一：任意嘗試

先將 1~7 依序放在七邊形的邊中圓圈上，再慢慢的來配成每邊和等於 26。

例如：



第一邊(邊中圓圈填入〝1〞)：

將〝14〞放至頂點圓圈，因 14+1=15，而 26-15=11，所以第一邊的另外一個頂點圓圈必須填入〝11〞。

第二邊(邊中圓圈填入〝2〞)：

因 14+2=16，而 26-2=10，所以第二邊的另外一個頂點圓圈填入〝10〞。

第三邊(邊中圓圈填入〝3〞)：

因 10+3=13，而 26-13=13，所以第三邊的另外一個頂點圓圈填入〝13〞。

第四邊(邊中圓圈填入〝4〞)：

因 13+4=17，而 26-17=9，所以第四邊的另外一個頂點圓圈填入〝9〞。

第五邊(邊中圓圈填入〝5〞)：

因 9+5=14，而 26-14=12，所以第五邊的另外一個頂點圓圈填入〝12〞。

第六邊(邊中圓圈填入〝6〞)：

因 12+6=18，而 26-18=8，所以第六邊的另外一個頂點圓圈填入〝8〞。

第七邊(邊中圓圈填入〝7〞)：

因 8+7=15，而 26-15=11，所以第七邊的另外一個頂點圓圈〝11〞。

【結論與提問】

(1) 這組解是否爲唯一解？

(2) 數字〝1~7〞一定要按照順序填入每邊邊中圓圈嗎？

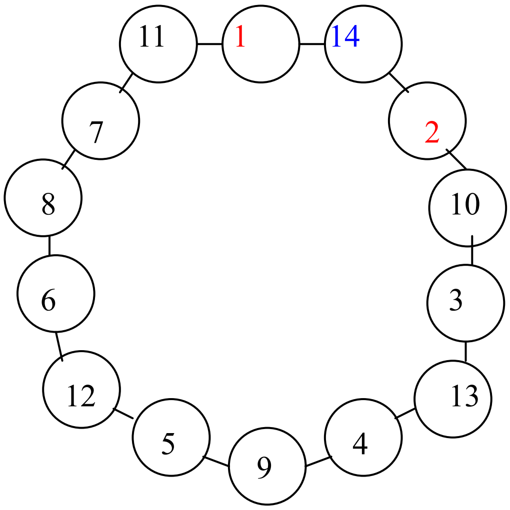
(3) 任意嘗試的方法，費時耗力，是否有簡便、規律的方法可循？

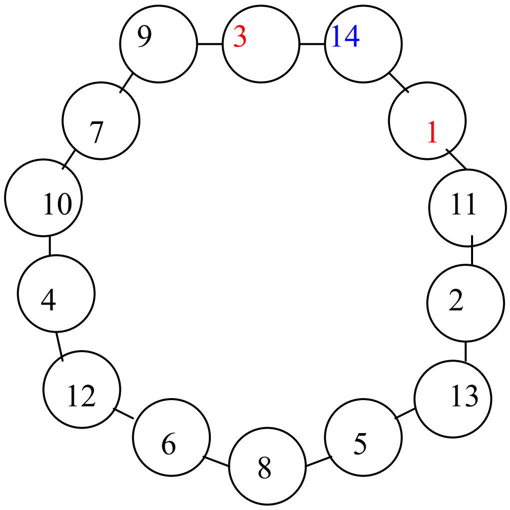
(三) 尋解方法二：以 14 爲中心起始數字(頂點圓圈位置)，考慮兩旁(邊中圓圈位置)放的數字組合，再找出整組解。

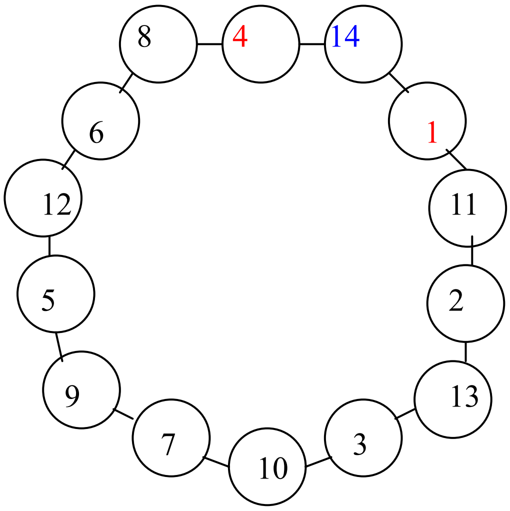
1. 以 14 爲中心起始數字(頂點圓圈位置)的可能組合：

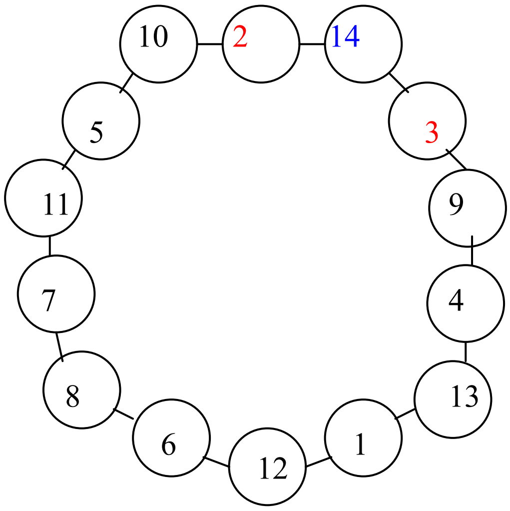
1-14-2	2-14-3	3-14-4	4-14-5	5-14-6	6-14-7
1-14-3	2-14-4	3-14-5	4-14-6	5-14-7	
1-14-4	2-14-5	3-14-6	4-14-7		
1-14-5	2-14-6	3-14-7			
1-14-6	2-14-7				
1-14-7					

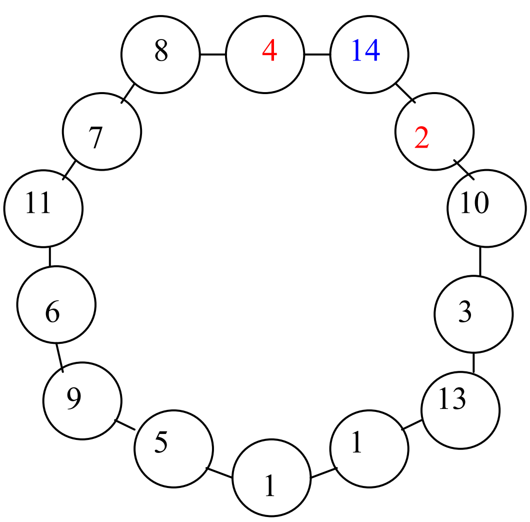
2. 找到的解：

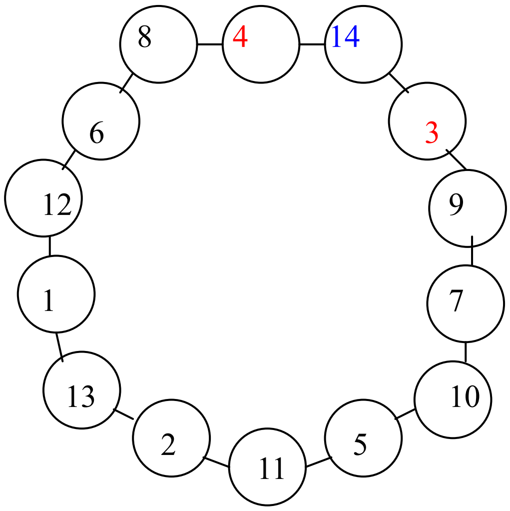












【結論與提問】

(1) 利用 14 爲中心起始數字，兩旁所搭配的數字組合可找到有六組解，可知：

<1>「七邊形的數字謎題」的解，並非唯一！

<2> 每邊邊中圓圈位置必須填入的數字 1~7，並不需要依序填入。

(2) 14 旁所搭配的數字不可大於或等於 5：

∵ 14 + 5 = 19 ，26 － 19 = 7

(頂點) (邊中) (頂點)

又 頂點位置必須要放 8~14 的數字

∴ 不合解法！

同理，14 + 6 = 20，26 － 20 = 6 (不合！)

同理，14 + 7 = 21，26 － 21 = 5 (不合！)

∴14 旁所搭配的數字必≦ 4！

故只有 (1-14-2)、(1-14-3)、(1-14-4)、(2-14-3)、(2-14-4)、(3-14-4) 6 組解。

(3) 14 爲中心起始數字所搭配出來的 6 組解，均是該搭配法的唯一解嗎？

(4) 可否以其他數字爲中心起始數字，搭配其兩旁的數字來找解？

(四) 尋解方法三：列出 3 個數字之和等於 26 的所有可能組合，然後從中再挑 7 組串成一七邊形的組合，即爲其數字謎題之解。

1. 3 個數字之和等於 26 的所有可能組合：

1-11-14	2-10-14	3-9-14	4-8-14	5-7-14	6-7-13	7-8-11
1-12-13	2-11-13	3-10-13	4-9-13	5-8-13	6-8-12	7-9-10
		3-11-12	4-10-12	5-9-12	6-9-11	
				5-10-11		

(8 之後的組合會重複先前的組合，故不列出考慮！)

2. 找到的解：

先挑了(13-1-12) → (12-6-8) → (8-7-11) → (11-5-10) → (10-2-14) → (14-3-9) → (9-4-13)，串起來即成爲七邊形的數字謎題之解。

挑組合的條件：(1) 位於邊中圓圈位置的數字 1~7 均只能挑選一次

例如：挑了(1-12-13)這組，即不可再挑(1-11-14)這組

(2) 決定第一組之後，再由兩旁的數字向後接續，確定第二組之後，利用刪除已使用過的數字，來減少組合的選擇性。

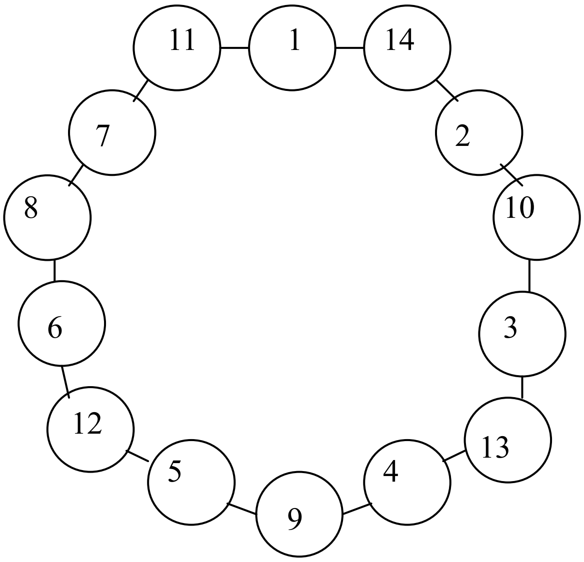
【結論與提問】

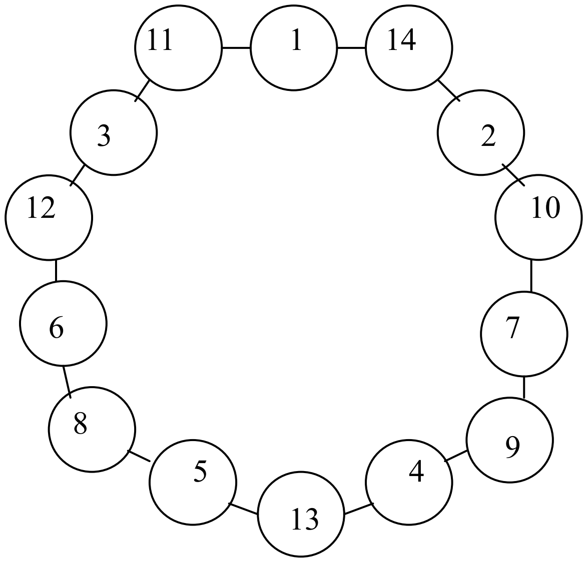
(1) 選定第一組合後，所串成的七邊形組合解，並非唯一！也就是說，同樣的起始組合，卻可能得到不一樣的七邊形組合。

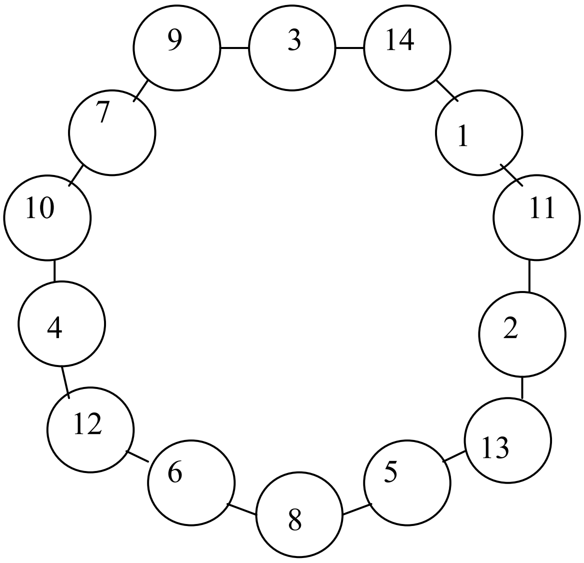
(2) 利用該方法，可找到更多組不同的解。

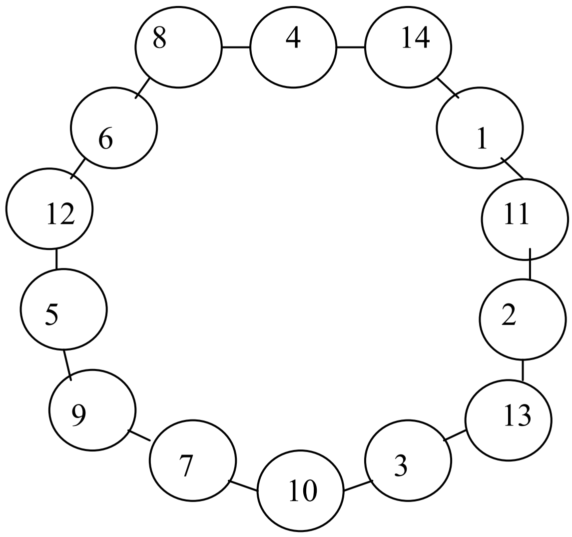
伍、研究結果

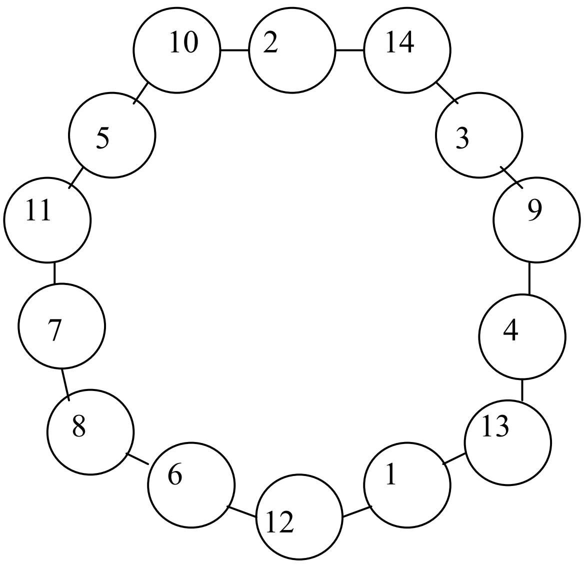
「七邊形之數字謎題」的解並非唯一，其解爲：

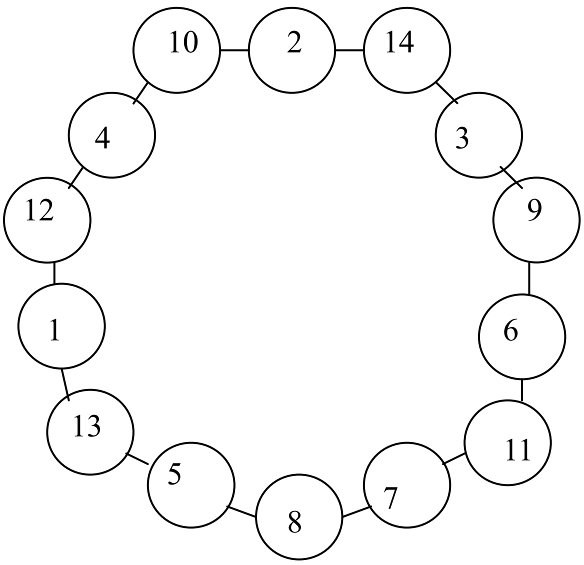


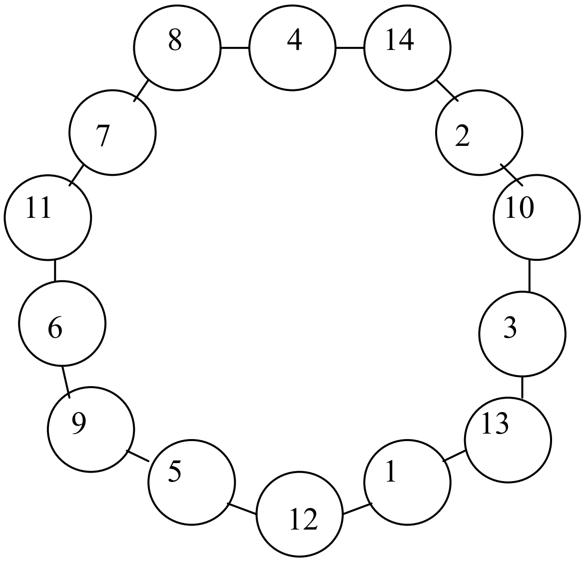


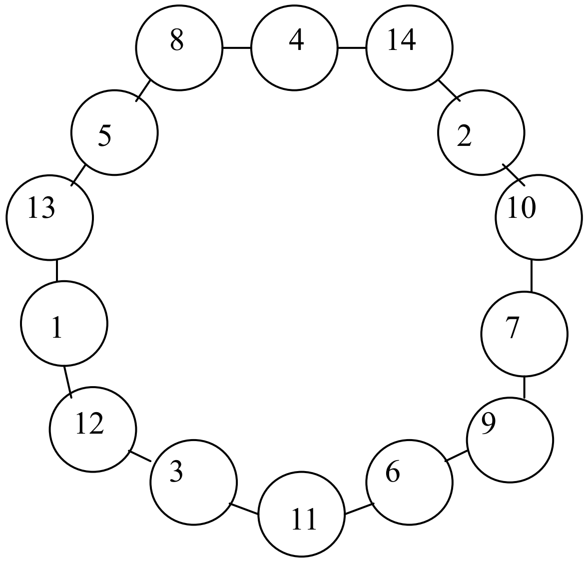


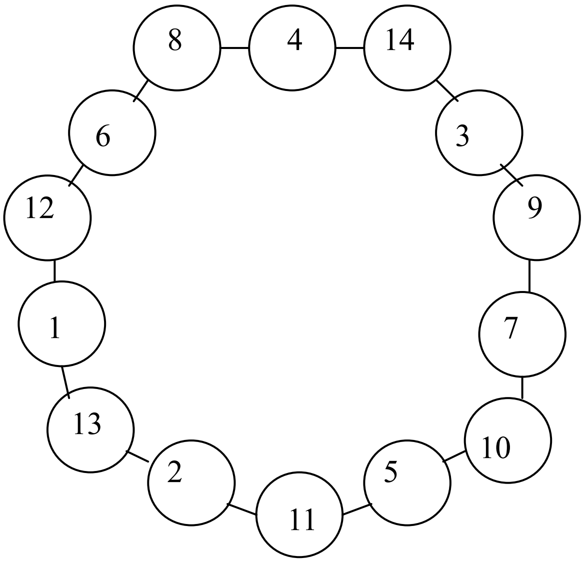







8
4
14
2
10
3
13
1
12
5
9
6
11
7


8
4
14
2
10
7
9
6
11
3
12
1
13
5

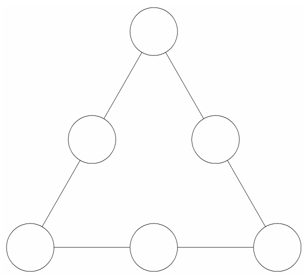

8
4
14
3
9
7
10
5
11
2
13
1
12
6

陸、討論

一、推廣討論一：「邊數改變」，求每邊 3 個數字之和

杜登尼所提出的是「七邊形」的數字謎題，可是，凸多邊形的圖形不只七邊形一種，尚有三邊形、四邊形、五邊形、……，甚至可以推廣至 n 邊形，因此，我們決定對「邊數」做改變，同樣的填入數字方法(數字中，前半數字填入邊中圓圈的位置，後半數字填入頂點圓圈的位置，不得重複使用)，試求每邊 3 個數字之和，並觀察其變化與規律。

(一) 三邊形 (填入數字 1~6，不得重複使用，邊中圓圈位置填入 1~3，頂點圓圈位置填入 4~6)



$1+2+3=(1+3)\times3\div2=6$

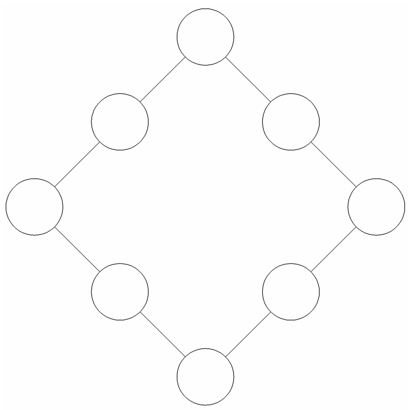
$4+5+6=(4+6)\times3\div2=15$

∵ 3 個邊算總和時，頂點圓圈的數字必須重複算，故其和 15 必須 × 2。

∴$(15\times2+6)\div3=12$

=> 三邊形每邊 3 個數字之和等於 12

(二) 四邊形 (填入數字 1~8，不得重複使用，邊中圓圈位置填入 1~4，頂點圓圈位置填入 5~8)



$1+2+3+4$

$=(1+4)\times4\div2=10$

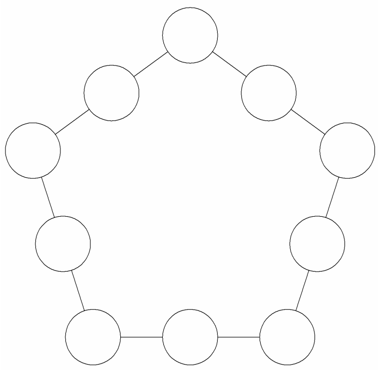
$5+6+7+8$

$=(5+8)\times4\div2=26$

$(26\times2+10)\div4=15.5$

=> 四邊形每邊 3 個數字之和等於 15.5，但是填入的均爲正整數，其和絕不會等於小數值，所以四邊形無法找到合題意之解。

(三) 五邊形 (填入數字 1~10，不得重複使用，邊中圓圈位置填入 1~5，頂點圓圈位置填入 6~10)



$1+2+3+4+5$

$=(1+5)\times5\div2$

$=15$

$6+7+8+9+10$

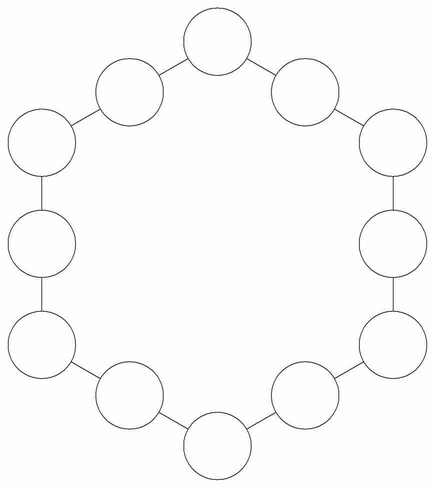
$=(6+10)\times5\div2$

$=40$

$(40\times2+15)\div5=19$

=> 五邊形每邊 3 個數字之和等於 19

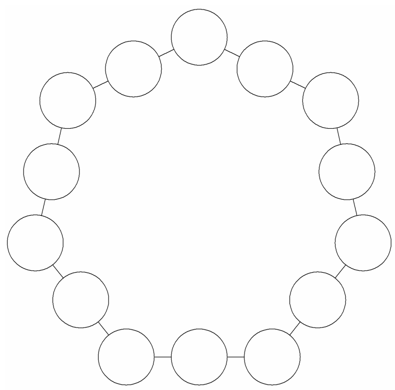
(四) 六邊形 (填入數字 1~12，不得重複使用，邊中圓圈位置填入 1~6，頂點圓圈位置填入 7~12)



$1+2+3+4+5+6$
$=(1+6)\times 6\div 2$
$=21$
$7+8+9+10+11+12$
$=(7+12)\times 6\div 2$
$=57$
$(57\times 2+15)\div 6=21.5$

=> 六邊形每邊 3 個數字之和等於 21.5，但是填入的均為正整數，其和絕不會等於小數值，所以六邊形無法找到合題意之解。

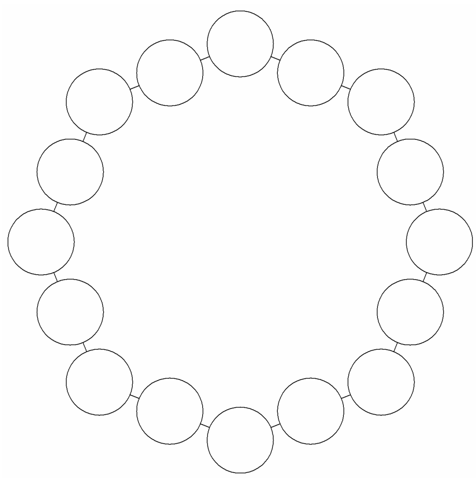
(五) 七邊形 (填入數字 1~14，不得重複使用，邊中圓圈位置填入 1~7，頂點圓圈位置填入 8~14)



$1+2+3+4+5+6+7$
$=(1+7)\times 7\div 2$
$=28$
$8+9+10+11+12+13+14$
$=(8+14)\times 7\div 2$
$=77$
$(77\times 2+28)\div 7=26$

=> 七邊形每邊 3 個數字之和等於 26

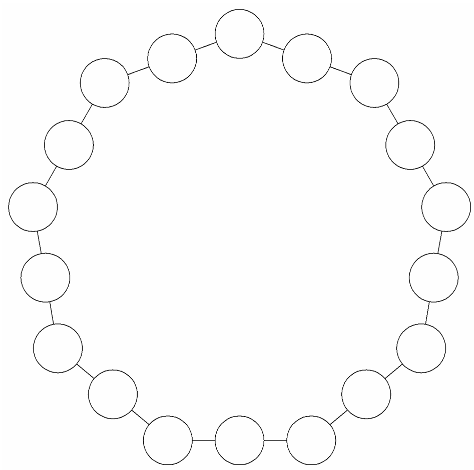
(六) 八邊形 (填入數字 1~16，不得重複使用，邊中圓圈位置填入 1~8，頂點圓圈位置填入 9~16)



$1+2+3+4+5+6+7+8$
$=(1+8)\times 8\div 2$
$=36$
$9+10+11+12+13+14+15+16$
$=(9+16)\times 8\div 2$
$=100$
$(100\times 2+36)\div 8=29.5$

=> 八邊形每邊 3 個數字之和等於 29.5，但是填入的均為正整數，其和絕不會等於小數值，所以八邊形無法找到合題意之解。

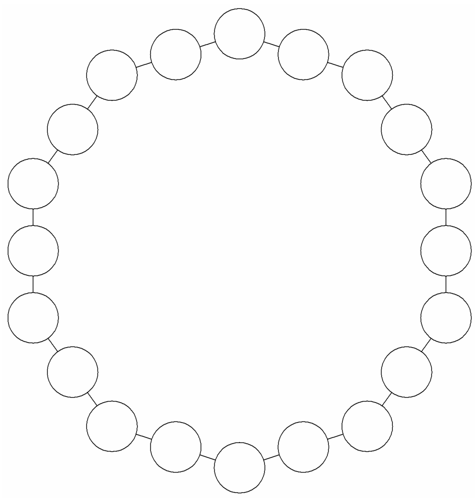
(六) 九邊形 (填入數字 1~18，不得重複使用，邊中圓圈位置填入 1~9，頂點圓圈位置填入 10~18)



$1+2+3+4+5+6+7+8+9$
$=(1+9)\times 9\div 2$
$=45$
$10+11+12+13+14+15+16+17+18$
$=(10+18)\times 9\div 2$
$=126$
$(126\times 2+45)\div 9=33$

=> 九邊形每邊 3 個數字之和等於 33

(七) 十邊形 (填入數字 1~20，不得重複使用，邊中圓圈位置填入 1~10，頂點圓圈位置填入 11~20)



$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$
$=(1+10)\times 10\div 2$
$=55$
$11+12+13+14+15+16+17+18+19+20$
$=(11+20)\times 10\div 2$
$=155$
$(155\times 2+55)\div 10=36.5$

=> 十邊形每邊 3 個數字之和等於 36.5，但是填入的均爲正整數，其和絕不會等於小數值，所以十邊形無法找到合題意之解。

(八) n 邊形 (填入數字 1~2n，不得重複使用，邊中圓圈位置填入 1~n，頂點圓圈位置填入(n+1)~2n)

$$1+2+3+\ldots+n=\frac{(1+n)\times n}{2}$$

$$(n+1)+(n+2)+(n+3)+\ldots+2n=\frac{[(n+1)+2n]\times n}{2}$$

$$\left\{\frac{[(n+1)+2n]\times n}{2}\times 2+\frac{(1+n)\times n}{2}\right\}\div n$$

$$=\left\{\frac{[(n+1)+2n]\times n}{2}\times 2+\frac{(1+n)\times n}{2}\right\}\times\frac{1}{n}$$

$$=\frac{[(n+1)+2n]\times n}{2}\times 2\times\frac{1}{n}+\frac{(1+n)\times n}{2}\times\frac{1}{n}$$
$$=(3n+1)+\frac{1+n}{2}$$
$$=\frac{7}{2}n+\frac{3}{2}$$

1. 設 $n=2k+1(k=1,2,3,...)$

【n 爲奇數】

$$\frac{7}{2}\times(2k+1)+\frac{3}{2}=7k+(\frac{7}{2}+\frac{3}{2})=7k+5$$

2. 設 $n=2k(k=2,3,4,...)$

【n 爲偶數】

$$\frac{7}{2}\times 2k+\frac{3}{2}=7k+\frac{3}{2}$$

其值非正整數，故不合！

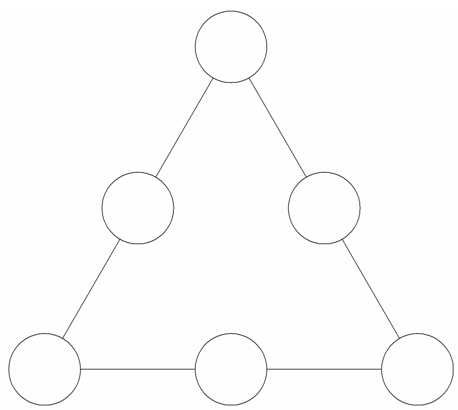
【結論】1. 若 n 邊形的邊數爲〝奇數〞,則依題型可找到每邊 3 個數字之和 $=\frac{7}{2}n+\frac{3}{2}$，並能找到「n 邊形的數字謎題」之解。

2. 若 n 邊形的邊數爲〝偶數〞，則依題型並不能找到每邊 3 個數字之和，亦不能找到「n 邊形的數字謎題」之解。

二、推廣討論二：填入「數字改變」，求每邊 3 個數字之和

討論一已考慮將圖形的邊數做改變，進行討論並得到結論，而後，我們預想邊數能做改變，填入的數字是否也能做改變？！我們同樣針對不同的凸多邊形來進行「填入數字改變，求每邊 3 個數字之和」的探討。

(一) 三邊形 (將填入數字 1~6 改爲 7~12)



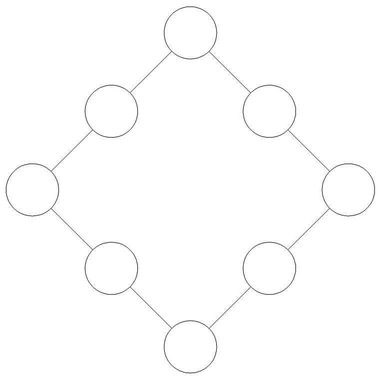
7 + 8 + 9 = (7+ 9) ×3 ÷2 ＝ 24

10 + 11 + 12 = (10 + 12) ×3 ÷2 ＝ 33

(33 × 2 + 24) ÷ 3 ＝30

=> 三邊形每邊 3 個數字之和等於 30

(二) 四邊形 (將填入數字 1~8 改為 9~16)



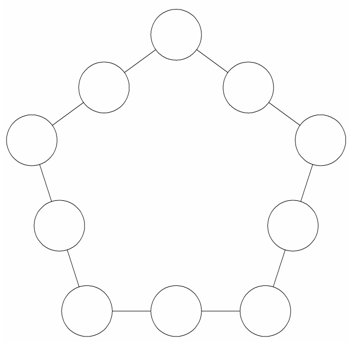
（9＋12）×4 ÷2 ＝42

（13＋16）×4 ÷2 ＝58

（58 × 2＋42）÷4 ＝ 39.5

=> 四邊形每邊 3 個數字之和等於 39.5
(不合！)

(三) 五邊形 (將填入數字 1~10 改為 11~20)



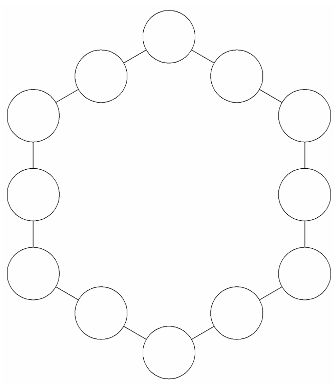
（ 11＋15 ）×5 ÷2＝65

（ 16＋20 ）×5 ÷2＝90

（ 90 × 2＋65）÷5 ＝ 49

=> 五邊形每邊 3 個數字之和等於 49

(四) 六邊形 (將填入數字 1~12 改為 13~24)



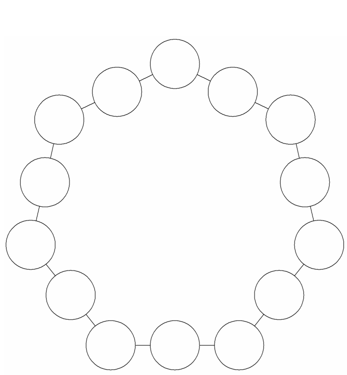
（ 13＋18 ）×6 ÷2 ＝93

（ 19＋24 ）×6 ÷2 ＝129

（129 × 2＋93）÷6 ＝58.5

=> 六邊形每邊 3 個數字之和等於 58.5
(不合！)

(五) 七邊形 (將填入數字 1~14 改為 15~28)



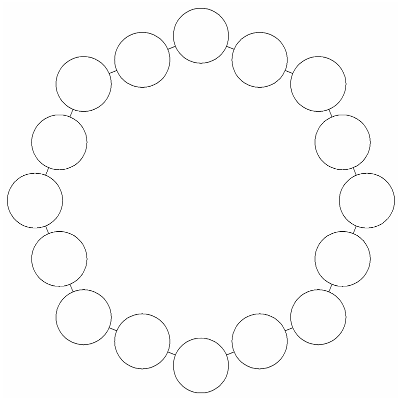
（ 15＋21 ）×7 ÷2 ＝ 126

（ 22＋28 ）×7 ÷2 ＝ 175

（ 175 × 2＋126 ）÷7 ＝ 68

=> 七邊形每邊 3 個數字之和等於 68

(六) 八邊形 (將填入數字 1~16 改為 17~32)



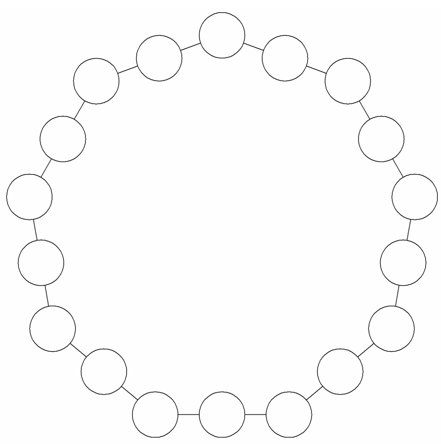
(17 + 24) ×8 ÷2 ＝ 164

(25 + 32) ×8 ÷2 ＝ 228

(228 × 2 + 164) ÷8 ＝77.5

=> 八邊形每邊 3 個數字之和等於 77.5
(不合！)

(六) 九邊形 (將填入數字 1~18 改為 19~36)



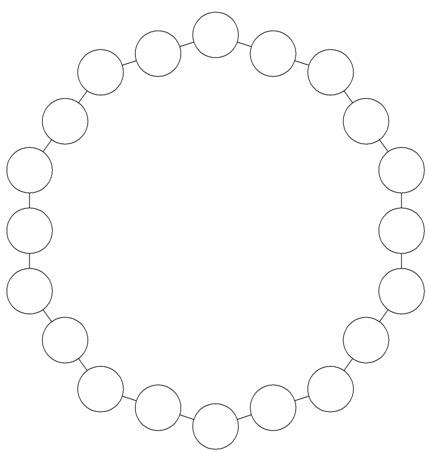
(19 + 27) ×9 ÷2 ＝ 207

(28 + 36) ×9 ÷2 ＝ 288

(288 × 2 + 207) ÷9 ＝ 87

=> 九邊形每邊 3 個數字之和等於 87

(七) 十邊形 (將填入數字 1~20 改為 21~40)



(21 + 30) ×10 ÷2 ＝ 255

(31 + 40) ×10 ÷2 ＝ 355

(355 × 2 + 255) ÷ 10 ＝ 96.5

=> 十邊形每邊 3 個數字之和等於 96.5
(不合！)

【結論】即使「數字改變」，依然是「奇數邊形」得以找得到「和」與「解」，「偶數邊形」找不到。

三、推廣討論三：七邊形數字謎題之各邊「和的變化」

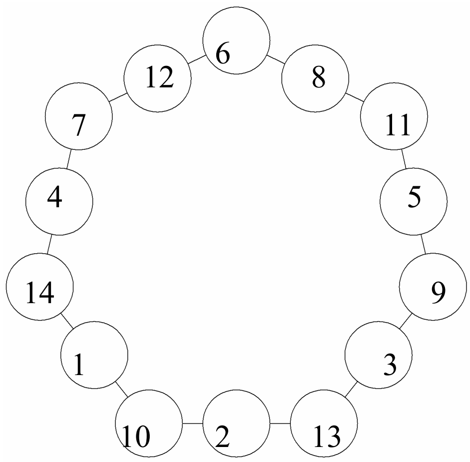
七邊形的數字謎題中，杜登尼很巧妙的設計了讓數字 1~7 必須填在邊中圓圈的位置，讓數字 8~14 必須填在頂點圓圈的位置，而且每邊 3 個數字之和定爲 26，所有的條件都配合的剛剛好。但是，如果將數字打亂排序，不一定是 1~7 填入邊中圓圈、8~14 填入頂點圓圈，那麼每邊 3 個數字之和也會跟著做改變。因此，我們決定嘗試：訂出不同的每邊 3 個數字之和，再來尋求數字填入的方法是否有解。

(一) 每邊 3 個數字之和等於「25」

1. 每邊 3 個數字之和等於「25」的可能組合：

1-10-14	2-9-14	3-8-14	4-7-14	5-6-14	6-7-12	7-8-10
1-11-13	2-10-13	3-9-13	4-8-13	5-7-13	6-8-11	
	2-11-12	3-10-12	4-9-12	5-8-12	6-9-10	
			4-10-11	5-9-11		

2. 尋找解：



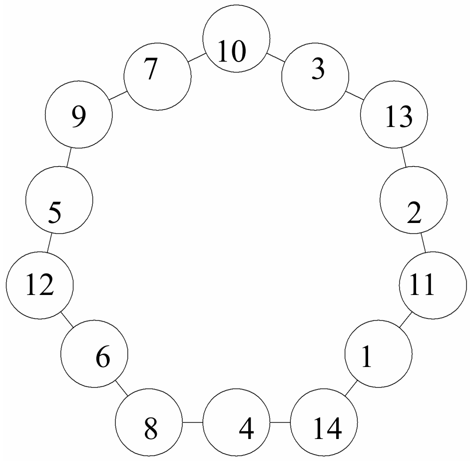
先放(1-14-10)這組爲第一邊，並將 10 放置於頂點圓圈，接續的第二邊只能放 2+13，3+12，5+10，6+9，7+8，選擇(10-2-13)這組爲第二邊，並將 13 放置於頂點圓圈，接續的第三邊只能放 3+9，4+8，5+7，選擇(13-3-9)這組爲第三邊，並將 9 放置於頂點位置，接續的第四邊只能放 5+11，4+12，選擇(9-5-11)這組爲第四邊，並將 11 放置於頂點圓圈，接續的第五邊只能放 8+6，2+12，6+8，選擇(11-8-6)爲第五邊，並將 6 放置於頂點圓圈，接續的第六邊只能放 7+12，並將 7 放置於頂點圓圈，最後將剩下的 4 放置於第七邊的邊中圓圈，即找到七邊形和爲 25 的數字謎題之解。這樣就拼出來了!

(二) 每邊 3 個數字之和等於「26」

1. 每邊 3 個數字之和等於「26」的可能組合：

1-11-14	2-10-14	3-9-14	4-8-14	5-7-14	6-7-13	7-8-11
1-12-13	2-11-13	3-10-13	4-9-13	5-8-13	6-8-12	7-9-10
		3-11-12	4-10-12	5-9-12	6-9-11	
				5-10-11		

2. 尋找解：



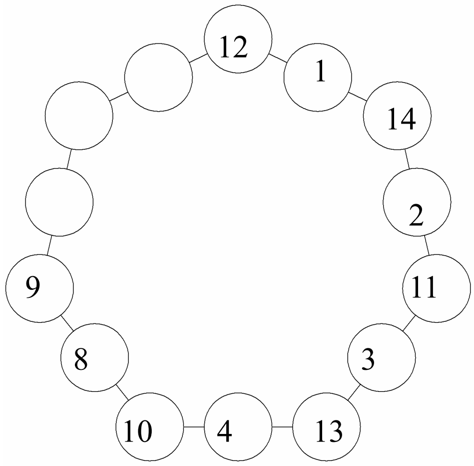
先放(14-1-11)這組爲第一邊，並將 11 放置於頂點圓圈，接續的第二邊只能放 2+13，3+12，5+10，6+9，7+8 這幾組，選擇(11-2-13)這組爲第二邊，並將 13 放置於頂點圓圈，接續的第三邊只能放 3+10，4+9，5+8，6+7 這幾組，選擇(13-3-10)這組爲第三邊，並將 10 放置於頂點圓圈，接續的第四邊只能放 4+12，7+9 這幾組，選擇(10-7-9)這組爲第四邊，並將 9 放置於頂點圓圈，接續的第五邊只能放 5+12 這組而已，確定第五邊爲(9-5-12)，而且將 12 放置於頂點圓圈，接續的第六邊也只能放 6+8 這組，所以確定第六邊爲(12-6-8)，最後將剩下的 4 放下去就剛剛好，又拼好一組囉！　(和=26，是我們找最多組的！)

(三) 每邊 3 個數字之和等於「27」

1. 每邊 3 個數字之和等於「27」的可能組合：

1-12-14	2-11-14	3-10-14	4-9-14	5-8-14	6-7-14	7-8-12
	2-12-13	3-11-13	4-10-13	5-9-13	6-8-13	7-9-11
			4-11-12	5-10-12	6-9-12	8-9-10
					6-10-11	

2. 尋找解：



數字 1 的唯一選擇只有(1-12-14)這組，所以以這組爲第一邊開始接續，而且 1 務必放置於邊中圓圈的位置，12、14 放置於頂點圓圈，以 14 爲接續點，接續的第二邊只能放 2+11，3+10，4+9，5+8，6+7 這幾組，選擇(14-2-11)這組爲第

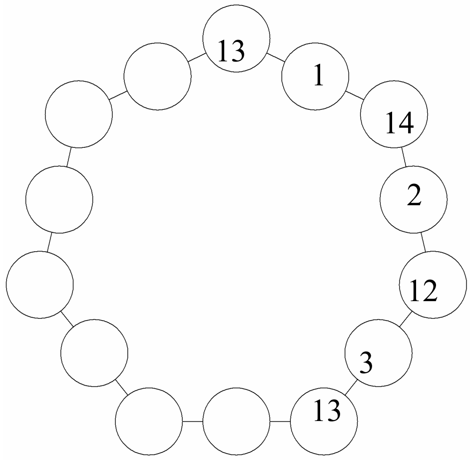
二邊，並將 11 放置於頂點圓圈，接續的第三邊只能放 3+13，6+10，7+9 這幾組，選擇(11-3-13)這組爲第三邊，並將 13 放置於頂點圓圈，接續的第四邊只能放 4+10，5+9，6+8 這幾組，選擇(13-4-10)這組爲第四邊，接續的第五邊只能放 8+9 這一組，選擇(10-8-9)這組爲第五邊，接續的第六邊只能放 8+10，務必會重複使用數字，所以拼不出來了！

(四) 每邊 3 個數字之和等於「28」

1. 每邊 3 個數字之和等於「28」的可能組合：

1-13-14	2-12-14	3-11-14	4-10-14	5-9-14	6-8-14	7-8-13
		3-12-13	4-11-13	5-10-13	6-9-13	7-9-12
				5-11-12	6-10-12	7-10-11
						8-9-11

2. 尋找解：



數字 1 的唯一選擇只有(1-13-14)這組，所以以這組爲第一邊開始接續，而且 1 務必放置於邊中圓圈的位置，13、14 放置於頂點圓圈，以 14 爲接續點，接續的第二邊只能放 2+12，3+11，4+10，5+9，6+8 這幾組，但是務必選擇(14-2-12)這組爲第二邊，否則數字 2 將沒有機會被使用，確定後將 12 放置於頂點圓圈，接續的第三邊只能放 3+13，5+11，6+10，7+9 這幾組，同樣的道理，務必選擇(12-3-13)這組爲第三邊，否則數字 3 將沒有機會被使用，但是如此的唯一選法使得數字 13 重複使用，亦不合題意，所以和爲 28 的狀況是找不到解的。

【結論】七邊形的每邊和並不是只能固定爲 26，而是能做改變的，但是改變後也非每一個改變值都能找得到謎題的解。

柒、結論

經過了一段時間的研究討論，我們針對「七邊形的數字謎題(各邊和爲 26)」算出了許多種不同的解，也利用了不少的方式尋找答案，得知這個謎題的解並非唯一！

進一步我們去討論三邊形、四邊形、五邊形⋯⋯、不同的凸多邊形的每邊和，與放置的數字等等，從中發現：三邊形到十邊形，這些多邊形的每邊和都是以「3.5」累加下去，例如：

三邊形的每邊和爲 12，四邊形的每邊和則爲 12+3.5=15.5，五邊形的每邊和則爲 15.5+3.5=19，其他凸多邊形亦是如此類推下去。因此得知：只要邊數爲「奇數」的凸多邊形，都可依此種方式，作出許許多多不同的謎題，但是邊數爲「偶數」的凸多邊形，就無法設計出類似的謎題。

而在我們領悟到七邊形每邊和爲 26 的各種解法的奧妙之後，更進一步嘗試每邊和爲 25、27、28 的解法，當時真是苦不堪言阿！不過，我們先是用每邊和爲 25 作驗算，但是對我們來說實在是太困難了，接連了 2、3 天，都沒有辦法算出它的解。不過，最後有一個同學竟然有了突破性的貢獻，他解出來了，這時我們才了解到：原來多邊形的每邊和，並不是只能固定同一數字 26，而是真的可以做變動。但我們還發現：若是將七邊形的邊數改爲 27、28 時，則沒能找得出解。另外，如果從和爲 25 接續向較小的和找下去，是否也能找得到解？這點讓我們知道：若是要以此種方法作出謎題，那麼每邊和一定只能放特定的數字，或許是有範圍限制的，假如超過這個範圍，那麼此謎題便不成立。而這個範圍是多少呢？就有待我們再接再勵，更進一步的研究探討了。

捌、參考資料及其他

數字邏輯 101。理查 • 菲立普(Richard Phillips)著，洪萬生等譯。究竟出版社。(2004 年 6 月)